



ÉCOLE CENTRALE PARIS

INRIA SACLAY

DEUXIÈME POINT D'AVANCEMENT DU STAGE DE FIN D'ÉTUDE

Approfondissement des liens entre les logiques LK, LJ, LKF et LJF

Du 16 avril au 14 Septembre 2012

Promotion 2011+1

Florence CLERC

Option : Mathématiques Appliquées

Filière : Métiers de la Recherche

Tuteurs École

Option : Claude LAMOUREUX

Filière : Philippe GAUCHER

Maître de stage

Dale MILLER

dale.miller@inria.fr

Je renvoie au premier point d'avancement pour une première idée des détails techniques. Si toutefois certains points demeuraient peu clairs ou mériteraient de plus amples détails, je serais ravie de répondre à toutes les questions.

Multifocus dans LKF et dans LJF Nous cherchions à mettre au point le multifocusing dans LJF. En effet, celui-ci existe dans LKF et nous cherchons à montrer que la structure des preuves dans LKF est très proche de celle des preuves dans LJF. Malheureusement, nous n'avons pas réussi à mettre en place le calcul des séquents qui convient dans ce cadre, mais nous n'avons pas réussi à montrer que c'était impossible non plus.

Ceci soulève un certain nombre de questions :

- Est-ce que c'est impossible ? Si oui, est-ce que cela remet en cause cette correspondance très forte entre LKF et LJF ? Après tout, il existe d'importantes différences entre LK et LJ, la plus remarquable dans le cadre de ce projet est l'existence dans LJ du lambda-calcul : une preuve dans LJ est constructive. Ceci n'est pas vrai dans LK. Pourquoi est-ce que le simple fait de focaliser y changerait quelque chose ? Il a été montré par Dale Miller et Chuck Liang que focaliser ne changeait pas la prouvabilité.
- Si c'est possible, comment est-ce que cela se fait que nous n'avons pas trouvé malgré tout ce que nous avons essayé ? Quel préjugé avons-nous qui nous empêche de voir cette possibilité ?

Théorème dans le cas de la traduction de Kuroda Le schéma suivant représente ce que nous cherchons à faire : nous cherchons à montrer qu'en prenant une formule B prouvable dans LK et une traduction entre LK et LJ (ici $(.)^K$), en choisissant les polarisations qui vont bien entre LK et LKF (ici $(.)_K$) et entre LJ et LJF (ici $\hat{\cdot}$), nous obtenons deux formules $(B)_K$ et $\widehat{(B)^K}$ dont les preuves ont la même structure.

LK

LJ

$$\begin{array}{ccc} B & \xrightarrow{(\cdot)^K} & (B)^K \\ (\cdot)_K \downarrow & & \downarrow \hat{\cdot} \\ (B)_K & \longleftrightarrow & \widehat{(B)^K} \end{array}$$

LKF

LJF

Nous avons commencé par la traduction de Kuroda assez simple à appréhender puisque elle revient à rajouter une double négation devant la formule et devant chaque double-négation à l'intérieur de la formule. Pourtant, la démonstration dans ce cas est extrêmement longue et fastidieuse. Il ne reste plus qu'à vérifier que le changement de notations a été correctement répercuté partout dans la preuve.

Futurs travaux Nous allons ensuite nous attaquer aux traductions de Gödel-Gentzen puis de Krivine. Ces traductions sont plus complexes : la traduction de Gödel-Gentzen introduit plus de doubles négations, ce qui devrait nous amener à manipuler plus de connecteurs négatifs, alors que nous manipulons uniquement des connecteurs positifs (hormis le quantificateur universel \forall) jusqu'à présent. Ceci amènera donc une nouvelle difficulté et donc de nouvelles informations. La traduction de Krivine est encore plus complexe en ce sens qu'elle n'introduit pas de double négation à proprement parler. Elle introduit des négations et change le connecteur pour son dual. Nous n'avons actuellement aucune idée de comment gérer cette difficulté.

J'attends beaucoup de la rédaction de mon rapport de stage pour mon master en terme de clarification et de mise au point : il est très difficile d'avoir du recul quand on a le nez dans une preuve technique. Pourtant ce problème pourrait bénéficier des apports de la logique LC de Girard et de la théorie des catégories.

Expérience personnelle et avenir immédiat Je rajoute un paragraphe sur l'année prochaine et la recherche de thèse. J'ai passé le dernier mois à rechercher un financement. Je n'ai pas l'impression que la filière m'ait préparée ou mise en garde contre quoi que ce soit de lié à cette période et je trouve ça extrêmement préjudiciable. Il est probable que je fasse un master de mathématiques fondamentales l'année prochaine, afin de pouvoir trouver une thèse dans de bonnes conditions.